

Nullstellenberechnung von Polynomen

(siehe auch [Ganzrationale Funktionen.pdf](#))

Liegt der Term in faktorisierter Form vor?

$$(\text{Term1}) \cdot (\text{Term2}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \text{Term1} = 0 \vee \text{Term2} = 0$$

Beispiel:

$$(3x-2) \cdot (x+5) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x-2=0 \vee x+5=0$$

Ist ein absolutes Glied vorhanden?

Wenn nein, dann x ausklammern:

$$x \cdot (\text{Term}) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee \text{Term} = 0$$

Beispiel:

$$3x^3 - 5x^2 + 7x = 0$$

$$\Leftrightarrow x \cdot (3x^2 - 5x + 7) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee 3x^2 - 5x + 7 = 0$$

Term ist 1. Grades
(Lineare Gleichung)

$$ax + b = 0$$

$$ax + b = 0 \quad | -b$$

$$ax = -b \quad | :a$$

$$x = -b/a$$

Beispiel:

$$3x + 2 = 0 \quad | -2$$

$$3x = -2 \quad | :3$$

$$x = -2/3$$

Term ist 2. Grades
(Quadratische Gleichung)

$$ax^2 + bx + c = 0$$

pq-Formel

$$x^2 + px + q = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

abc-Formel
(Mitternachtsformel)

$$ax^2 + bx + c = 0$$

\Leftrightarrow

$$x = -\frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ca}}{2a}$$

Quadratische Ergänzung

$$ax^2 + c = 0$$

$$ax^2 + c = 0 \quad | -c$$

$$ax^2 = -c \quad | :a$$

$$x^2 = \frac{-c}{a} \quad | \sqrt{\quad}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$$

Term ist 3. Grades
(Kubische Gleichung)

$$ax^3 + cx + d = 0$$

$$ax^3 + bx^2 + d = 0$$

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

Erste Nullstelle erraten

Polynomdivision
(oder Horner-Schema)

Man erhält einen
Term 2. Grades

$$ax^3 + d = 0$$

$$ax^3 + d = 0 \quad | -d$$

$$ax^3 = -d \quad | :a$$

$$x^3 = \frac{-d}{a} \quad | \sqrt[3]{\quad}$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{-d}{a}}$$

Term ist 4. Grades

$$ax^4 + cx^2 + e = 0$$

(Biquadratische Gleichung)

Substitution ($z = x^2$)

$$az^2 + cz + e = 0$$

pq- oder abc-Formel

Resubstitution

$$ax^4 + e = 0$$

$$ax^4 + e = 0 \quad | -e$$

$$ax^4 = -e \quad | :a$$

$$x^4 = \frac{-e}{a} \quad | \sqrt[4]{\quad}$$

$$x = \pm \sqrt[4]{\frac{-e}{a}}$$

Alle anderen
Fälle

Erste Nullstelle erraten

Polynomdivision
(oder Horner-Schema)

Man erhält einen
Term 3. Grades